**บทที่ 2**

**เอกสารและรายงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**

 การวิจัยครั้งนี้ เป็นการจัดการเรียนรู้ในรายวิชาแคลคูลัสและการประยุกต์ 3 โดยการสอนแบบ ดอนโก ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับแคลคูลัสและการประยุกต์ 3

2. หลักการและแนวคิดในการจัดการเรียนรู้

3. รูปแบบการสอนแบบดอนโก

4. เจตคติ

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

**ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับแคลคูลัสและการประยุกต์ 3**

ในชีวิตประจำวันของคนเราจะประสบกับปัญหาหรืออุปสรรคต่างๆที่จะต้องพยายามหาวิธีการแก้ให้เหมาะสมเพื่อให้การดำเนินการแก้ปัญหาประสบผลสำเร็จตามเป้าหมายที่ต้องการ ปัญหาแต่ละปัญหาจะมีความยากง่ายแตกต่างกัน บางปัญหาใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมก็สามารถแก้ปัญหาได้แต่บางปัญหาจะยุ่งยากซับซ้อนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทันทีต้องอาศัยความรู้ ทักษะ ประสบการณ์และเทคนิควิธีการต่างๆให้เหมาะสมกับปัญหานั้น การทำความเข้าใจในเทคนิควิธีการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งจำเป็นเพื่อทำให้การแก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น การแก้ปัญหาในรายวิชาแคลคูลัสก็สามารถใช้แนวทางดังข้างต้น กล่าวคือผู้เรียนจะพบกับมโนมติและเทคนิคต่างๆแล้วสร้างสมเป็นประสบการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ๆต่อไป แคลคูลัสได้แบ่งการศึกษาเป็นเรขาคณิตเชิงระนาบและพีชคณิต ทั้งสองสาขานี้เป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ที่เราคุ้นเคยอยู่แล้ว อย่างไรก็ตามเมื่อได้ผนวกเนื้อหาใหม่ ได้แก่ สัญลักษณ์ของลิมิตและกระบวนการเกี่ยวกับลิมิต จากแนวคิดของลิมิตนี้เองก่อให้เกิดซึ่งก่อให้เกิดสองแนวคิดหลักซึ่งเป็นหัวใจของแคลคูลัส นั่นคือ อนุพันธ์และอินทิกรัล

 อนุพันธ์ เป็นการศึกษาที่เกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลง ซึ่งได้นำไปประยุกต์ใช้เป็นจำนวนมาก เช่น ใช้อนุพันธ์ในการหาความเร็วของวัตถุ หรือการตรวจสอบค่าสูงสุด ค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน นอกจากนี้ยังใช้ศึกษาพฤติกรรมของฟังก์ชัน เนื่องจากเป็นการนำไปใช้ประยุกต์อย่างกว้างขวาง อนุพันธ์จึงเป็นแขนงที่สำคัญของ ฟิสิกส์ วิศวกรรม เศรษฐศาสตร์และชีววิทยา ส่วนอินทิกรัลเราจะคุ้นเคยเกี่ยวกับการหาพื้นที่ถึงแม้ว่าวิธีการของเรขาคณิตเชิงระนาบสามารถที่จะคำนวณพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมได้แต่มันก็ไม่สามารถที่จะหาพื้นที่ของอาณาบริเวณระนาบซึ่งมีขอบเขตเป็นส่วนโค้งต่างๆนอกจากวงกลม กล่าวคืออินทิกรัลสามารถหาพื้นที่ของอาณาบริเวณที่หลากหลาย ดังเช่นการคำนวณหาปริมาตร ความยาวของส่วนโค้งและงาน

 รายวิชาแคลคูลัสและการประยุกต์ 3 ของนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์สารสนเทศ กำหนดเวลาเรียน 44 ชั่วโมงต่อภาคการเรียนหรือ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ แต่ในการวิจัยครั้งผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหาสาระตามหลักสูตรตามแบบของมหาวิทยาลัย โดยมีรายละเอียดของเนื้อหา ดังนี้

 1. เวกเตอร์และเรขาคณิตวิเคราะห์ในปริภูมิ 3 มิติ

 2. ฟังก์ชันค่าเวกเตอร์

 3. แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์

 4. การประยุกต์ฟังก์ชันของฟังก์ชันค่าเวกเตอร์

 5. ทฤษฎีของสนามเวกเตอร์

 6. ปริพันธ์ตามเส้น

 7. การแปลงพิกัด

 อย่างไรก็ตามเนื่องจากแคลคูลัสก็เป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ การดำเนินการในการในปัญหาต่างๆที่เกี่ยวกับแคลคูลัสก็สามารถใช้แนวทางเดียวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในที่นี้จึงขอกล่าวถึงสิ่งที่เกี่ยวข้อง ดังนี้1. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็นประเภทต่างๆได้ ดังนี้

 รัสเซลล์ (Russell.1961,256) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

 1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียนและหนังสือเรียนทั่วๆไป

 2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่วๆไปในชีวิตประจำวัน

 โพลยา (Polya.1981,118-121) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ตามจุดประสงค์ของปัญหา คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ปัญหาประเภทนี้ประกอบด้วยส่วนสำคัญ

 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา เงื่อนไขซึ่งสัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการหาและข้อมูลของปัญหา

 2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ รูปแบบทั่วไปของข้อความประเภทนี้ประกอบด้วย สมมติฐานและข้อสรุป ส่วนของสมมติฐานขึ้นต้นด้วย “ ถ้า ”

และส่วนของข้อสรุปขึ้นต้นด้วย “ แล้ว ” สมมติฐานและข้อสรุปนี้ เป็นส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์

 ชาร์ล;เลสเตอร์( Charles ; Lester.1982:6-10 ) แบ่งประเภทของปัญหาตามลักษณะและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

 1. ปัญหาที่ใช้ฝึก เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

 2. ปัญหาข้อความง่าย เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ

 3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน คล้ายกับปัญหาข้อความอย่างง่ายแต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

 4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคคณิตศาสตร์ได้ทันทีจะจัดปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆแล้วหารูปแบบของปัญหาซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เป็นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆเพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

 5. ปัญหาประยุกต์ เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ แนวคิดและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีการทางวิทยาศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม การแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนใช้ทักษะ กระบวนการ แนวคิดและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

 6. ปัญหาปริศนา เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม

 บิทเทอร์;แฮทฟิลด์และเอ็ดเวิดส์ ( Bitter;Hatfield and Edward.1989:37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น

1. ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้มองว่า

กระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

 2. ปัญหาให้ค้นพบ ปัญหาประเภทนี้จะให้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายแต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ

 3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีเงื่อนไขปัญหาและบอกทิศทางในการแก้ปัญหา ดังนั้นนักเรียนจะไม่รู้สึกผิดหวังในการหาคำตอบ

 จากนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ข้างต้นทำให้ผู้วิจัยได้แนวคิดว่า ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้หลายประเภท เช่น ปัญหาที่เป็นข้อความอย่างง่าย ปัญหาที่เป็นข้อความที่ซับซ้อน ปัญหาประยุกต์ ปัญหาปริศนา ปัญหาปลายเปิด ปัญหาให้ค้นพบและปัญหาให้พิสูจน์ เป็นต้น

ดังนั้นในการในนำปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้นักเรียนได้ฝึกฝนก็ควรพิจารณาเลือกให้เหมาะสมกับผู้เรียน เนื้อหาหรือจุดมุ่งหมายที่จะทำให้ผู้เรียนได้บรรลุผล

 2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการของการนำความรู้หรือประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาประยุกต์หรือปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ๆที่ไม่คุ้นเคยและทำการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหาแล้วสังเคราะห์เป็นข้อค้นพบที่จะนำไปสู่คำตอบของปัญหานั้น(สมเดช บุญประจักษ์.2543:5;ปรีชา เนาว์เย็นผล,2544:18) ในกระบวนการดังกล่าวควรดำเนินการอย่างมีขั้นตอนเพื่อทำให้ไปสู่คำตอบของปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังนั้นจึงได้มีนักการศึกษาเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้เป็นลำดับขั้นตอน ดังนี้

 เวียร์ ( Weir.1974:16 – 18 ) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ

 ขั้นตอน 1 ขั้นการตั้งปัญหา

 ขั้นตอน 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหา

 ขั้นตอน 3 ขั้นการหาแนวทางการแก้ปัญหา

 ขั้นตอน 4 ขั้นการตรวจสอบคำตอบ

 เบลล์ ( Bell.1978:312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

 1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป

 2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้

 3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

 4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาหรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้

 5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

 โพลยา ( Polya.1985:87 อ้างอิงใน ศุภกิจ ประชุมกาเยาะมาต, 2552: 42 - 43) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน คือ

 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจก็คือ สัญลักษณ์ต่างๆ ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องสรุปปัญหาในภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่ให้หา อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นต้องใช้ชื่อกับข้อมูลต่างๆจะต้องเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสม นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจ ซ้ำแล้วซ้ำอีกจนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

 2. ขั้นวางแผน ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆในปัญหาให้ชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหามีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนต้องทำในขั้นตอนนี้คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีว่ามีความรู้อะไรบ้างที่มีส่วนสัมพันธ์กับปัญหานั้นๆ เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยวางแผนในการแก้ปัญหา ได้แก่ การพยามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรจะแบ่งเป็นขั้นๆโดยแบ่งเป็นขั้นตอนใหญ่ๆและในขั้นตอนใหญ่ในแต่ละขั้นตอนก็จะแบ่งเป็นขั้นตอนเล็กๆ อีกมาก นอกจากนั้นในขั้นตอนนี้นักเรียนต้องมองเห็นว่าถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเข้ามาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อจะให้ได้สิ่งนั้นตามต้องการ

 3. ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

 4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจดูผล ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกันเพื่อความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

 สสวท.(2546:79 – 80 อ้างอิงใน ผาสุข อุบลทัศนีย์ .2551:21 – 22 ) กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

 1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหาที่พบในประเด็นต่างๆคือ ปัญหาถามว่าอย่างไร ให้ข้อมูลใดมาแล้วบ้าง มีเงื่อนไขหรือข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาและทำให้กระบวนการแก้ปัญหาดำเนินไปอย่างราบรื่น การประเมินความเข้าใจปัญหาสามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็นต่างๆที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

 2. วางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาใช้ในการวางแผนแก้ปัญหา

 3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้แล้วและรวมถึงการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่หามาได้อีกด้วย ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องก็ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง โดยผู้เรียนต้องมองย้อนกลับไปทำความเข้าใจอีกครั้งว่ามีข้อบกพร่องประการใด เช่น ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอที่จะใช้เริ่มต้นแก้ปัญหา

 4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหา ทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจและการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่างๆเพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอี่นเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีการให้ชัดเจนและเหมาะสมยิ่งขึ้น ตลอดจนขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปหลักการทั่วไปได้

 จากการศึกษาแนวคิดในขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้นทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางที่จะนำมาใช้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ จะใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ( Polya) เพราะมีขั้นตอนที่ไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาทำความเข้าใจได้ง่าย ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ บอกสิ่งที่โจทย์ถามและสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนด

 2. ขั้นวางแผน สามารถบอกแนวทางว่าจะต้องใช้ความรู้ใด จะใช้วิธีการใดและยุทธวิธีใดมาแก้ปัญหา

 3. ขั้นดำเนินการตามแผน สามารถดำเนินตามแผนที่วางไว้

 4. ขั้นตรวจสอบ เป็นการทบทวนการแก้ปัญหาว่ามีข้อผิดพลาดหรือไม่

3. ยุทธวิธีแก้ปัญหา เมื่อทราบถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้วว่ามีขั้นตอนเป็นอย่างไร แต่ถ้าขาดเครื่องมีอที่จะดำเนินการตามขั้นตอนดังกล่าวก็อาจทำให้การแก้ปัญหามีอุปสรรคได้ ดังนั้นจึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

 เคนเนดี ( Kennedy,1984:82 - 83) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

 1. การค้นการรูปแบบ ( Look for a Pattern )

 2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ ( Draw a Picture )

 3. ทำปัญหาให้ง่ายลง ( Make a Simple Problem)

 4. สร้างตารางหรือกราฟ ( Make a Table or Graph)

 5. การเดาและการตรวจสอบ ( Guess and Check)

 6. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด ( Make an Organized List)

 7. ใช้หลักเหตุผล ( Use Logical Reasoning)

 8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ( Work Backward)

 9. สถานการณ์จำลอง ( Simulation )

 10. แบ่งเป็นปัญหาย่อยๆหรือเปลี่ยนมุมมอง ( Break into Parts or Change Your Point of View )

 บิลสไทน์ ; ลิเบสไคน์ และ ลอตต์ ( Billstein ;Libeskind and Lott.1990:18 - 22) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ดังนี้

 1. ยุทธวิธีหารูปแบบ ( Look for a Pattern ) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณารูปแบบในลำดับของจำนวนที่ให้มาก่อนแล้วจึงค้นต่อไปอีก

 2. ยุทธวิธีสร้างตาราง ( Make a Table) ใช้ตารางในการรวบรวมข้อมูลหรือช่วยให้เห็นรูปแบบ ใช้ตารางในการพิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหานั้น

 3. ยุทธวิธีพิจารณากรณีที่ง่ายกว่า ( Examine a Simplex Case)ในสถานการณ์ที่ซับซ้อนบางปัญหา อาจจะเริ่มจากกรณีที่ง่ายๆของปัญหานั้นก่อนและค่อยสร้างไปยังปัญหาเดิม

 4. ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย ( Identify a Subgoal )ในการที่จะพยายามวางแผนในการแก้ปัญหาบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมากๆที่เคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นเป้าหมายย่อยๆของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้

 5. ยุทธวิธีพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง ( Examine a Related Problem ) เป็นการค้นหาปัญหาที่คล้ายกัน ซึ่งเคยแก้มาก่อนช่วยในการแก้ปัญหาใหม่ที่เจอ

 6. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ ( Work Backward) ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้ายและทำย้อนกลับ

 7. ยุทธวิธีเขียนสมการ ( Write an Equation ) ยุทธวิธีนี้ใช้ความรู้ทางพีชคณิตโดยสร้างสมการให้สอดคล้องกับคำตอบ

 8. ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ ( Draw a Diagram) การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญาหาในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหาได้

 9. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ( Guess and Check) ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลความเป็นไปได้ แล้วตรวจคำตอบ ถ้าการเดาครั้งแรกไม่ถูก ขั้นต่อไป คือ การเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้น แล้วเดาต่อไป

 ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544,22 – 26) ได้สรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 14 วิธี ดังนี้

 1. ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ

 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆที่ปัญหากำหนดให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง นำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยจากการเดาในครั้งแรกๆใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบการเดาครั้งต่อไปที่มีความหมายชัดเจนขึ้นและเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

 2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบ

 ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้ในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่างๆให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วยแล้วประมาณคำตอบจากการคิดอย่างคร่าวๆซึ่งได้คำตอบรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรงๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณและเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากการคำนวณตามปกติ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบและในปัญหาบางปัญหาผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

 3. ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ

 การใช้ภาพและแผนภาพสำหรับเด็กเล็ก สามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสารสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะสูงขึ้นสิ่งที่แทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้นและบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากการเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

 4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ

 ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ บางทีก็ใช้เป็นตัวแทนของมโนมติและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตัวแบบเหล่านี้มีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจ มโนมติและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวแบบเหล่านี้มีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนควรได้รับการกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจและกำหนดแนวคิดการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่างๆในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

 5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

 การลงมีอทำเป็นยุทธวิธีหนึ่งของการแก้ปัญหาตามธรรมชาติโดยปกติอาจทำคร่าวๆก่อนไม่เน้นความละเอียดและปราณีตเพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำและทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย

 6. ยุทธวิธีแจงแจงรายการ

 การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดให้ตามสถานการณ์โดยนำเสนอให้เป็นระบบ ระเบียบ ครบถ้วนเป็นหมวดหมู่ ป้องกันการนำเสนอซับซ้อน อาจนำเสนอในรูปตารางเพื่อให้การพิจารณาการใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ แต่ถ้าการนำเสนอถูกจำกัดด้วยจำนวนอาจนำเสนอเพียงบางรายที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหา

 7. ยุทธวิธีสร้างตาราง

 ยุทธวิธีสร้างตาราง เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ให้เป็นระบบมีระเบียบโดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลที่นำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ

 8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

 แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กๆสามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จากการร้อยลูกปัด การเล่นไม้บล็อก ในระดับมัธยมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้มากกว่า

 9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง

 การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนว่าเป็นแนวทางการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางทีเรียกว่า

 “ หยุดคิดก่อน” เพราะว่าผู้แก้ปัญหาต้องหยุดคิดมองปัญหาให้รอบด้าน หาวิธี หามุมมองใหม่ ซึ่งอาจอาจแปลกไปจากวิธีปกติธรรมดา

 10. ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

 เมื่อเผชิญกับปัญหาสิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาควรกระทำ คือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือมีบางส่วนของปัญหาคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหาต้องคิดทบทวนถึงวิธีหรือยุทธวิธีที่เคยใช้แล้ว พิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

 11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

 ปัญหาบางปัญหาเหมือนเป็นปัญหาใหญ่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวนหรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและแนวคิดนั้นมาแก้ปัฐหาที่กำหนดให้ได้ วิธีการหนี่งในการทำปัญหาให้ง่าย คือ การแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆหรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มี่ระดับความซับซ้อนน้อยลง การทำปัญหาให้ง่ายสามารถนำมาใช้เพื่อให้สามารถค้นหาแบบรูปของ

คำตอบได้

 12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

 การแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธํของข้อมูลต่างๆตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้นแล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปสมการที่สอดคล้องได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำได้โดยการแก้สมการแล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

 13. ยุทธวิธีให้เหตุผล

 การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ข้อมูลต่างๆที่กำหนดในปัญหาผนวกกับความรู้ที่ทราบมาก่อนเป็นเหตุบังคับนำไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา ยุทธวิธีการให้เหตุผลมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่นๆ

 14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ

 ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหาที่การแก้ปัญหาโดยเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ค่อนข้างยาก แต่ทว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหากำหนดทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

4. การวัดความรู้ของผู้เรียน ถือว่าเป็นส่วนสำคัญอย่างหนึ่งซึ่งกระบวนการทำหลังจากการจัดการเรียนรู้แล้วเพื่อให้ทราบว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถอย่างไร จะต้องมีการเพิ่มหรือปรับในส่วนใดบ้าง วิธีการหนึ่งที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดลักษณะดังกล่าวก็คือการที่ผู้สอนใช้แบบทดสอบไปกระตุ้นและท้าทายความคิดของผู้เรียน โดยที่ลักษณะของแบบทดสอบจะเป็นข้อคำถามที่ให้ผู้เรียนพิจารณาหาคำตอบหรือเขียนตอบด้วยตัวเองซึ่งผู้เรียนต้องประยุกต์ความรู้ และประสบการณ์มาวางแผนเพื่อแก้ปัญหา ดังนั้น จึงได้มีการกำหนดแนวทางในการวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

 สสวท.(2546. 103) ได้กำหนดแนวทางในการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าควรมีรายละเอียด ดังนี้

 1. ความเข้าใจปัญหา

 2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

 3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา

 4. การสรุปคำตอบ

 โพลยา ( Polya.1973:5 – 40 ) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียด ดังตาราง 1

**ตาราง 1 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา**

|  |  |
| --- | --- |
| ขั้นตอนการแก้ปัญหา | พฤติกรรมที่ใช้วัดความสามารถ |
| 1. ความเข้าใจในปัญหา2. การวางแผนแก้ปัญหา3. การดำเนินการแก้ปัญหา4. การตรวจสอบ | 1. หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาบ้าง ต้องการทราบอะไรและข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร2.ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงมาช่วยในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง3. ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และทักษะการคำนวณ4. การพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ |

 ชาร์ลส์และเลสเตอร์ (Charles and Lester.1982 : 11 - 12 ) เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณา ถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

 1. ความเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง

 1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน

 2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง

 2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

 0 หมายถึง ไม่ลงมีทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง

 1 หมายถึง มีกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาถูกต้องบางส่วน

 2 หมายถึง มีกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาถูกต้อง(ไม่พิจารณาการคำนวณ)

 3. การตอบปํญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

 0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด

 1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน(ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)

 2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

 จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการวัดและการประเมินทำให้ผู้วิจัยได้แนวคิดว่า การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไม่ได้มุ่งผลลัพธ์ว่าการแก้ปัญหานั้นถูกหรือผิดเพียงอย่างเดียวแต่เป็นการตรวจสอบว่าผลที่ได้จากการคิดนั้นมีการใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมเพียงใด โดยพิจารณาจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของ โพลยา ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นวางแผน ขั้นดำเนินการตามแผน และ ขั้นตรวจสอบ ส่วนหลักเกณฑ์การให้คะแนนจะยึดตามแนวของ ชาร์ลส์และเลสเตอร์ (Charles and Lester)

**หลักการและแนวคิดในการจัดการเรียนรู้**

การจัดการเรียนรู้ครูมีบทบาทสำคัญในฐานะที่เป็นผู้สอนหรือผู้จัดการเรียนรู้เพื่อทำให้ผู้เรียนมีคุณสมบัติตามเป้าหมายของการจัดการศึกษา ผู้สอนจึงจำเป็นต้องทำความเข้าใจกับความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนการสอนตาม พรบ. การศึกษาแห่งชาติ และหลักการเรียนการสอน จนสามารถจัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยมีรายละเอียดที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

 **1. การจัดการเรียนรู้โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง**

 1.1 ความหมาย

 ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง หมายถึง ผู้เรียนเป็นคนสำคัญที่สุด การจัดการเรียนการสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง คือ การให้ผู้เรียนมีบทบาทในการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้มากที่สุด

 กิจกรรมการเรียนรู้ คือ คืองานที่ผู้เรียนทำแล้วเกิดการเรียนรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งโดยแสดงพฤติกรรมที่ผู้สอนกำหนดไว้ในจุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรมีความหลากหลายเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเข้ามามีส่วนร่วมในการเรียนรู้ 4 ด้าน ดังนี้

 1) ด้านร่างกาย คือ การที่ผู้เรียนใช้ส่วนต่างๆของร่างกายทำกิจกรรม

 2) ด้านสติปัญญา คือ การที่ผู้เรียนใช้สมองหรือกระบวนการคิดในการทำกิจกรรม

 3) ด้านสังคม คือ การที่ผู้เรียนได้ปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นขณะทำกิจกรรม

 4) ด้านอารมณ์ คือ การที่ผู้เรียนรู้สึกต้องการและยินดีทำกิจกรรมเพื่อแสวงหาความรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง การมีส่วนร่วมด้านอารมณ์มักจะดำเนินควบคู่ไปกับกิจกรรมการเรียนรู้ด้านร่างกาย สติปัญญาและสังคม

 หลักการและกระบวนการสอนที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีมีหลากหลาย อนึ่งการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนนเป็นศูนย์กลางหรือเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการเรียนรู้ สามารถทำได้หลายแบบหลายลักษณะแตกต่างกัน มีครูจำนวนมากที่เกิดความสับสน คิดว่าการจัดการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางนี้เป็นรูปแบบเดียวแท้ที่จริงแล้วการจัดการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เป็นแนวคิดหรือหลักการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ในหลายลักษณะ สามารถขยายเป็นรูปแบบและกระบวนการต่างๆที่หลากหลายได้ ซึ่งแม้ว่าจะใช้กระบวนการหรือวิธีการที่ดูแตกต่างกันไปแต่หากวิธีการและกระบวนการนั้นช่วยให้ผู้เรียนมีบทบาทหรือมีส่วนร่วมในกิจการรมการเรียนรู้อย่างตื่นตัวและผู้เรียนได้สร้างความหมายของสิ่งที่เรียนรู้จนเกิดความเข้าใจที่แท้จริงก็ถือว่าการสอนนั้นๆเป็นการจัดการเรียนการสอนโดยผู้เรียนเป็นศูนย์กลางได้ ดังจะนำเสนอแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางแบบต่างๆ โดยใช้จุดเน้นของการจัดการเรียนการสอนเป็นเกณฑ์ ดังนี้ (ทิศนา แขมมณี .2554 : 124 - 146)

 1. แนวคิดของการจัดการเรียนการสอนแบบเอกัตภาพ เป็นการจัดสภาพการเรียนการสอนให้แก่ผู้เรียนเป็นรายบุคคล โดยคำนึงถึงภูมิหลัง สติปัญญา ความสามารถ ความถนัด แบบการเรียนรู้ ความสนใจและความต้องการของผู้เรียนแต่ละคนทั้งนี้ผู้สอนจำเป็นต้องมีการวินิจฉัยผู้เรียนและทดสอบผู้เรียนก่อนเรียนและใช้ผลในการวินิจฉัยผู้เรียนและทดสอบผู้เรียนก่อนเรียนและใช้ผลการวินิจฉัยในการวางแผนการเรียนให้แก่ผู้เรียนเป็นรายบุคคล ผู้จะดำเนินการเรียนรู้ตามแผนและประเมินผลการเรียนรู้ของตน โดยมีผู้สอนให้ความช่วยเหลือและเก็บข้อมูลการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคลและใช้ข้อมูลเพื่อวางแผนการเรียนรู้ของผู้เรียนต่อไป

 2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการจัดสภาพการณ์ของการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมาย โดยผู้สอนอาจนำผู้เรียนไปเผชิญสถานการณ์จริงหรือผู้สอนอาจจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเผชิญปัญหาและฝึกกระบวนการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างชัดเจนให้เห็นทางเลือกและวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหานั้น รวมทั้งให้ผู้เรียนเกิดความใฝ่รู้ เกิดทักษะ กระบวนการคิดและกระบวนการแก้ปัญหาต่างๆ

 3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้โครงการเป็นหลัก เป็นการจัดสภาพการณ์ของการเรียนการสอนโดยให้ผู้เรียนได้ร่วมกันเลือกทำโครงการที่ตนสนใจ โดยร่วมกันสำรวจ สังเกตและกำหนดเรื่องที่ตนสนใจ วางแผนในการทำโครงการร่วมกัน ศึกษาหาข้อมูลความรู้ที่จำเป็นและลงมือปฏิบัติงานตามแผนที่วางไว้จนได้ข้อค้นพบหรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่แล้วจึงเขียนรายงานและนำเสนอต่อสาธารณชน แล้วนำผลงานและประสบการณ์ทั้งหมดมาอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ และสรุปผลการเรียนรู้ที่ได้รับจากประสบการณ์

 4. การจัดการเรียนรู้โดยเน้นกระบวนการสืบสอบ เป็นการดำเนินการเรียนการสอนโดยผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดคำถาม เกิดความคิดและลงมือเสาะแสวงหาความรู้เพื่อนำมาประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเองโดยผู้สอนช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ในด้านต่างๆให้แก่ผู้เรียน เช่น ในด้านการสืบค้นหาแหล่งความรู้ การศึกษาข้อมูล การวิเคราะห์ การสรุปผล การอภิปรายโต้แย้งทางวิชาการและการทำงานร่วมกับผู้อื่น เป็นต้น

 5. การจัดการเรียนรู้โดยเน้นกระบวนการคิด เป็นการดำเนินการในการเรียนการสอนโดยผู้สอนใช้รูปแบบ วิธีการและเทคนิคการสอนต่างๆกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความขยายต่อเนื่องจากความคิดเดิมที่มีอยู่ในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง เช่น เกิดความคิดที่มีความละเอียด กว้างขวาง ลึกซึ้ง ถูกต้องมีเหตุผลและน่าเชื่อถือมากขึ้นกว่าเดิม

 6. การจัดการเรียนรู้โดยเน้นกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นการจัดสภาพของการเรียนการสอนที่ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนดำเนินการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนสามารถเลือกหัวข้อ เนื้อหาวิธีการและสื่อการเรียนการสอนได้ตามความสนใจ โดยผู้ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความใฝ่รู้ ช่วยพัฒนาทักษะในการเรียนรู้ด้วยตนเองและช่วยให้คำปรึกษาแนะนำตามความเหมาะสมเกี่ยวกับการหาแหล่งความรู้ วิธีการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ การวิเคราะห์และการสรุปความรู้

 การจัดการเรียนการสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เป็นการจัดตามแนวทฤษฎีพุทธนิยมที่เชื่อว่าการเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในสมอง เกิดจากกระบวนการจัดกระทำกับข้อมูล มีการบันทึกข้อมูลและดึงข้อมูลมาใช้ วิธีการเรียนรู้มีผลต่อการจำ การลืมและการถ่ายโอนความรู้ แรงจูงใจระหว่างการเรียนรู้มีความสำคัญต่อการชี้นำความสนใจ มีอิทธิพลต่อกระบวนการจัดข้อมูลและส่งผลโดยตรงต่อรูปแบบการเรียนรู้ของผู้เรียน (ชนาธิป พรกุล.2551:4 – 8)

 **2. หลักการเรียนการสอน**

 การสอน เป็นเรื่องของผู้สอนที่มีความเกี่ยวข้องกับผู้เรียนเป็นการเลือกวิธีการหรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับบทเรียนและผู้เรียน ผู้สอนควรมีความรู้เกี่ยวกับการสอนในเรื่องต่อไปนี้

 2.1 วิธีสอน เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนดำเนินการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ เช่น วิธีสอนแบบบรรยาย วิธีสอนโดยการสาธิต

 2.2 เทคนิคการสอน เป็นกลวิธีที่นำมาใช้ร่วมกับวิธีสอนหรือรูปแบบการสอนทำให้การเรียนการสอนบรรลุตามจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพ เช่น การถามคำถาม การใช้แผนภาพ

 2.3 รูปแบบการสอน เป็นแบบแผนการดำเนินการสอนที่จัดเป็นระบบสอดคล้องกับหลักการเรียนรู้ มี

การพิสูจน์หรือทดสอบว่ามีประสิทธิภาพสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายเฉพาะ เช่น

รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ (ชนาธิป พรกุล.2551:18 – 38) นอกจากนี้ ทิศนา แขมมณี( 2554 : 221- 222) ได้ให้นิยามเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอน ว่าเป็นสภาพลักษณะของการเรียนการสอนที่ครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญซึ่งได้รับการจัดไว้อย่างเป็นระเบียบ ตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิดหรือความเชื่อต่างๆโดยประกอบด้วยกระบวนการหรือขั้นตอนสำคัญในการเรียนการสอนรวมทั้งวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่างๆที่สามารถช่วยให้สภาพการเรียนการสอนนั้นเป็นไปตามทฤษฎี หลักการหรือแนวคิดที่ยึดถือ รูปแบจะต้องได้รับการพิสูจน์ ทดสอบ หรือยอมรับว่ามีประสิทธิภาพ สามารถใช้เป็นแบบแผนในการสอนจึงจำเป็นที่มีองค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้

 1. มีปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิดหรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานหรือเป็นหลักการของรูปแบบการสอนนั้นๆ

 2. มีการบรรยายและอธิบายสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ

 3. มีการจัดระบบ คือ มีการจัดองค์ประกอบหรือความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้นๆ

 4. มีการอธิบายหรือให้ข้อมูลเกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่างๆอันจะช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้นๆเกิดประสิทธิภาพสูงสุด

**3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการแก้ปัญหา**

 ได้มีนักการศึกษาเสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมในการแก้ปัญหาเพื่อให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังนี้

 สเตซีและโกรฟ (Stacey and Groves. อ้างอิงใน แฉล้ม อินวารี.2552:40) ได้สรุปบทบาทของครูในการแก้ปัญหาว่า

 1. ช่วยให้นักเรียนยอมรับความท้าทายที่ว่า “ ปัญหาจะไม่ใช่ปัญหาจนกว่าเขาต้องการจะแก้มัน”

 2. สร้างบรรยากาศที่สนับสนุนการแก้ปัญหา กล่าวคือ บรรยากาศที่เด็กพร้อมจะแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและไม่ตกอยู่ในความกลัวเมื่อติดขัดขณะกำลังทำ

 3. ให้เด็กได้ทำงานในแนวทางของตนเองเพื่อหาคำตอบและครูจะช่วยเมื่อจำเป็นแต่ไม่ใช่ด้วยการบอกคำตอบ

 4. ให้สอนการทำงาน เช่น ให้เด็กคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ทำ สิ่งที่อภิปรายหรือเขียนออกมาเพื่อให้เด็กเข้าใจกระบวนการที่เกี่ยวข้อง อภิปรายกับเด็กเกี่ยวกับกระบวนการที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้เด็กได้สะสมศัพท์ที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป เด็กจะเรียนรู้มากขึ้นถ้าครูเบนความสนใจของเขาไปสู่ยุทธวิธีหรือกระบวนการที่เกี่ยวข้อง

 ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537.83 – 89 ) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของ โพลยา ดังนี้

 1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

 1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน การอ่านเป็นปัจจัยสำคัญในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนจะคุ้นเคยกับการอ่านข้อความยาวๆซึ่งเป็นเรื่องราวที่สามารถทำความเข้าใจได้ไม่ยากต่างกับข้อความของปัญหาโจทย์ในแบบฝึกหัดหรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่มักจะสั้น การอ่านเพื่อความเข้าใจจำเป็นต้องใช้สมาธิ ทักษะการอ่านสามารถทำได้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา จะทำการฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม

 1.2 การใช้วิธีช่วยเพิ่มความเข้าใจ มีกลวิธีหลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้

ชัดเจนขึ้น เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพหรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆของปัญหาจะทำให้ปัญหาเป็นรูปธรรมขึ้น ทำความเข้าใจง่ายขึ้น การปรับขนาดของปริมาณต่างๆที่กำหนดในตัวปัญหาให้มีปริมาณลดลง เมื่อปริมาณน้อยลงจะช่วยให้โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้น การลดขนาดของปริมาณนี้ ต้องกระทำในแนวทางที่ถูกต้องมีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผล

 1.3 การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิติจริงมาให้นักเรียนฝึกความเข้าใจ เช่น ใช้ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกินความจำเป็นหรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอเพื่อให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้บ้างหรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ต้องการข้อมูลด้านใดเพิ่มเติมอีกบ้าง

 2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีแนวทางในการพัฒนา ดังนี้

 2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่างๆที่ปัญหากำหนดให้ ถามแล้วเว้นระยะให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ถ้าตอบไม่ได้เปลี่ยนคำถามใหม่ให้ง่ายลง คำตอบหลายๆคำตอบของนักเรียนจะทำให้ภาพของแผน

การสอนแก้ปัญหาค่อยๆปรากฏชัดขึ้น หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาแล้ว

 2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดังๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่นทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกมาดังๆอาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

 2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอเพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ทันทีในระยะเริ่มต้น ก่อนที่จะลงมือทำไปแล้วจึงพบว่าหลงทางซึ่งทำให้เสียเวลา การทำงานอย่างมีแบบแผนเมื่อมีข้อบกพร่องเกิดขึ้นก็สามารถแก้ไขได้สะดวกตรงประเด็น ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบ

 2.4 จัดปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อยๆซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายน่าสนใจเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ถ้าเป็นปัญหาที่ง่ายเกินไปอาจไม่เป็นที่น่าสนใจของนักเรียนที่เรียนเก่ง แต่อาจเป็นสิ่งช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียนที่เรียนอ่อนเพราะเขาได้มีโอกาสประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเช่นกัน ถ้าปัญหานั้นเป็นปัญหาที่ยากเกินความสามารถของนักเรียนอาจมีส่วนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอยไม่อยากคิด การทำให้นักเรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาบ่อยๆทำให้ได้มีการฝึกฝนการวางแผนและได้ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่างๆที่หลากหลาย

 2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสิรมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 แบบเพื่อให้นักเรียนมีความยือหยุ่นในการคิด ไม่ติดยึดอยู่ในแบบใดแบบหนึ่ง การพิจารณาหายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดการคิดวางแผนการแก้ปัญหาใหม่ นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

 3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน หลังจากทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนแล้ว ขั้นตอนต่อไปของการแก้ปัญหา คือการลงมือแก้ปัญหาดำเนินการตามแผนที่วางไว้ การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนความคิดอย่างคราวๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นตอนดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ความสามารถดังกล่าวนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างช้าๆในตัวผู้เรียนจากการกระทำโจทย์ในแบบฝึกหัดนั่นเอง

 4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตอนตรวจสอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น ประเด็นแรก คือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นนตอนการแก้ปัญหา ตั้งแต่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน ขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์รวมทั้งการพิจารณาหายุทธวิธีอื่นๆในการแก้ปัญหา และประเด็นที่ 2 การมองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดนั้นทั้งเนื้อหาและกระบวนการโดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่

 สิริพร ทิพย์คง (2544:80 – 81 ) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ ดังนี้

 1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจและเป็นปัญหาที่นักเรียนมีรประสบการณ์ในเรื่องเหล่านนั้นมาใช้สอนนักเรียน

 2. ควรทดสอบดูว่า นักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอ ครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว

 3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา

 4. ควรให้แบบฝึกหหัดที่มีข้อยาก ปานกลางและง่าย เพื่อให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้นักเรียน

 5. ควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้นๆหรือไม่ โดยการถามว่า โจทย์ถามอะไรและโจทย์กำหนดอะไรมาให้

 6. ควรฝึกนักเรียนให้รู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

 7. ควรช่วยเหลือนักเรียนคิดความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพหรือเขียนแผนผังในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้

 8. ควรช่วยให้นักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น ถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาทีมีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้นๆออกเป็นปัญหาย่อยๆ

 9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่นๆเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้นๆรวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการคิดและทำในการแก้ปัญหานั้นๆ ตลอดจนทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน

 10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยๆหรือให้นำปัญหามาเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยน

ความคิดเห็น

**รูปแบบการสอนแบบดอนโก**

 จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องข้างต้นทำให้ผู้วิจัยได้แนวคิดเพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ในรายวิชาแคลคูลัสและการประยุกต์ 3 โดยการสอนแบบดอนโก ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้ ดังนี้ 1. ขั้นนำ เป็นการสร้างความพร้อมในการเรียน เช่น การท่องสูตร การยกตัวอย่าง ทบทวนเนื้อหาที่เรียนมาชั่วโมงก่อน ซึ่งความรู้เดิม ความคาดหวังและการรับรู้ของผู้เรียนได้นำมาใช้ในการเลือกข้อมูลเพื่อสร้างความสนใจในการเรียน 2. ขั้นสอน เป็นการอธิบายเนื้อหาในสาระสำคัญ พร้อมยกตัวอย่าง กำหนดตัวอย่างให้นักศึกษาช่วยกันทำเป็นกลุ่มเล็กๆ จับคู่นักศึกษาแล้วกำหนดโจทย์ให้เพื่อนทำ คัดเลือกโจทย์ที่ทำได้สมบูรณ์นำเสนอหน้าชั้น 3. ขั้นสรุป เป็นการให้นักศึกษาช่วยกันสรุปขั้นตอนการทำ โดยผู้สอนคอยเสนอแนะเพิ่มเติมส่วนที่ยังไม่ชัดเจน ให้นักศึกษาทำแบบฝึก ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ แอฟคาแคน (Epcacan) ที่กล่าวว่าการเรียนรู้ที่ได้ดำเนินการมาเป็นผลมาจากประสบการณ์ของแต่ละบุคคล 4. ขั้นขยายความคิด เป็นการให้นักศึกษาได้ฝึกทักษะในการทำแบบฝึกที่มอบหมายรวมทั้งให้นักศึกษาได้ศึกษาเนื้อบางส่วนด้วยตนเองโดยใช้ช่วงเวลาหนึ่ง หลังจากนั้นให้นักศึกษาได้แสดงแนวคิดเกี่ยวเรื่องที่ได้ศึกษา แสดงความเข้าใจ ด้วยการทำแบบฝึกและนำเสนอในชั้น

**เจตคติ**

 ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ ทักษะและกระบวนทางคณิตศาสตร์

ยังต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีในวิชาคณิตศาสตร์ด้วย เพราะเจตคติเป็นสภาวะทางจิตใจที่มีอิทธิพลต่อการคิด การกระทำ หรือแสดงท่าทีในการตอบสนองต่อสิ่งร้าว กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ก็ทำจะให้ผู้เรียนอยากเรียน อยากร่วมทำกิจกรรมในวิชาคณิตศาสตร์ด้วย ด้วยเหตุนี้จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษาเกี่ยวกับเจตคติ ดังนี้

 1. ความหมายของเจตคติ

 นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้ให้ความหมายของเจตคติไว้แตกต่างกัน ดังนี้

 กูด (Good.1963:48 ) ได้ให้ความหมายของเจตคติว่า เจตคติ คือ ความพร้อมที่แสดงออกในลักษณะหนึ่งอาจเป็นการต่อต้านสถานการณ์บางอย่าง บุคคลหรือสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เช่น รัก เกลียด กล้า หรือไม่พอใจมากน้อยเพียงใดต่อสิ่งนั้น

 พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544:32 ) ได้ให้ความหมายของเจตคติว่า เจตคติ คือ ความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งภายหลังจากมีประสบการณ์ในสิ่งนั้นและเป็นตัวกระตุ้นให้บุคคลแสดงพฤติกรรมที่จะสนองต่อสิ่งเร้านั้นไปในทางใดทางหนึ่งหรือลักษณะใดลักษณะหนึ่ง

 จุฑารัตน์ เอื้ออำนวย ( 2549:169 ) ได้ให้ความหมายของเจตคติว่า เจตคติ คือ ความรู้สึกนึกคิด ความเชื่อของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งโดยการตอบสนองและแสดงออกในลักษณะที่ชอบหรือไม่ชอบ

 จากความหมายข้างต้นทำให้ผู้วิจัยได้แนวคิดว่า เจตคติ คือ ความรู้ของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งเมื่อบุคคลนั้นได้รับประสบการณ์ในสิ่งนั้นแล้วแสดงออกมาในลักษณะชอบหรือไม่ชอบ

 2. องค์ประกอบของเจตคติ

 นักการศึกษาได้ศึกษาองค์ประกอบของเจตคติไว้หลายแนวทาง ดังนี้

 กุญชรี ค้าขาย (2542.159 – 160) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของเจตคติว่าองค์ประกอบของเจตคติ

มี 3 องค์ประกอบ ดังนี้

 1. องค์ประกอบด้านความรู้ หมายถึง ภาพรวมที่เกิดขึ้นในความคิดของบุคคลเมื่อบุคคลรับรู้สิ่งเร้าความรู้นี้อาจอยู่ในรูปความเชื่อ ความเห็นหรือความรู้จักสิ่งเร้านั้นๆ โดยปกติองค์ประกอบด้านความรู้จะเป็นตัวกำหนดองค์ประกอบด้านความรู้สึกและพฤติกรรม

 2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก เป็นสภาวะความรู้สึกหรือสภาวะทางอารมณ์ของบุคคลที่มีสิ่งเร้าในลักษณะของการประเมิน องค์ประกอบด้านนี้เห็นได้ชัดกว่าความรู้ เนื่องจากเมื่อเกิดความรู้สึกจะมีผลต่อด้านสรีระด้วย

 3. องค์ประกอบด้านพฤติกรรม เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นกับความคิดและกระบวนการทางสรีระทำให้พร้อมที่จะแสดงพฤติกรรมตอบสนองต่อสิ่งเร้าตามความรู้และความรู้สึกที่มีอยู่จริง

 ธีรวุฒิ เอกะกุล (2542.10 ) กล่าวว่าองค์ประกอบของเจตคติ มี 3 องค์ประกอบ ดังนี้

 1. องค์ประกอบด้านความรู้ บุคคลจะมีเจตคติต่อสิ่งใดบุคคลนั้นจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในสิ่งนั้นก่อน เพื่อใช้เป็นรายละเอียดสำหรับให้เหตุผลในการที่จะสรุปเป็นความเชื่อต่อไป

 2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก เป็นองค์ประกอบที่เกี่ยวกับความรู้สึกหรืออารณ์ของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหลังจากรู้และเข้าใจสิ่งนั้นแล้ว

 3. องค์ประกอบด้านความโน้มเอียงที่จะปฏิบัติ เป็นองค์ปรกอบสุดท้ายที่รวมตัวจากความรู้และความรู้สึกที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง จนทำให้เกิดความโน้มเอียงที่จะปฏิบัติหรือตอบสนองต่อสิ่งนั้นในทิศทางที่สนับสนุน คล้อยตามหรือขัดแย้งตามความรู้และความรู้สึกที่เป็นพื้นฐานนั้น

 ล้วน สายยศ (2543:59 – 60 ) ได้กล่าวว่าองค์ประกอบของเจตคติ สรุปได้ 3 กลุ่ม ดังนี้

 1. เจตคตีมีองค์ประกอบเดียว ตามความคิดหรือแนวความเชื่อนี้ พิจารณาได้จากนิยามเจตคตินั่นเอง กลุ่มนี้มองว่าเจตคติเกิดจากประเมินเป้าของเจตคติว่ารู้สึกชอบหรือไม่ชอบ

 2. เจตคติมีสององค์ประกอบ ตามแนวคิดนี้มองเจตคติประกอบด้วย องค์ประกอบด้านสติปัญญาและด้านความรู้สึก

 3. เจตคติมีสามองค์ประกอบ ตามแนวคิดนี้มองเจตคติประกอบด้วย องค์ประกอบด้านสติปัญญา ด้านความรู้สึกและด้านพฤติกรรม

 จากที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบของเจตคติ ประกอบด้วย

 1. ด้านความรู้

 2. ด้านความรู้สึก

 3. ด้านพฤติกรรม

 3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

 นักการศึกษาได้ให้กล่าวถึงความหมายของเจตคติทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

 ยุพิน พิพิธกุล (2530.25) กล่าวว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีทั้งทางบวกและทางลบ เพราะผู้ที่ชอบวิชาคณิตศาสตร์จะมีความรู้สึกในทางบวก ส่วนผู้ที่ไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์จะมีความรู้สึกในทางลบ การที่ครูคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีเจตคติทางบวกในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น ครูต้องหากลวิธีให้นักเรียนชอบ ไม่เบื่อหน่ายและไม่เคร่งเครียดจนเกินไป เช่น การใช้เพลงประกอบการสอนก็เป็นวิธีหนึ่ง

 สสวท. (2546:168) ได้ให้ความหมายของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความรู้สึกของบุคคลที่ตอบสนองต่อวิชาคณิตศาสตร์ในด้านความพอใจหรือไม่พอใจ ความชอบหรือไม่ชอบ รวมทั้งการตระหนักในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ทั้งนี้ การแปลงเปลี่ยนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับปัจจัยต่อไปนี้

 1. ความสอดคล้องของภาวะที่กลมกลืนกัน ไม่มีความกดดันด้านใดด้านหนึ่งจะทำให้เจตคติในสิ่งนั้นเป็นไปอย่างต่อเนื่อง แต่ถ้าไม่มีความสอดคล้องกันหรือมีแรงกดดันกัน ผู้เรียนอาจปรับเปลี่ยนหลีกหนีจากสิ่งนั้นหรืออาจหาเหตุผลมาสนับสนุนความรู้สึกของตนเอง

 2. การเสริมแรงและการชมเชยยกย่องในรูปแบบที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ จะทำให้ผู้เรียนยอมรับข่าวสารซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนเจตคติตามสิ่งล่อใจ

 3. การตัดสินทางสังคม การอยู่ในกลุ่มคนที่มีเจตคติแบบใดแบบหนึ่ง จะทำให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนเจตคติตามกลุ่มที่ตนสัมพันธ์อยู่วว

 จากความหมายข้างต้นทำให้ผู้วิจัยได้แนวคิดมากำหนดว่า เจตคติต่อกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึก ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยกำหนดให้
 4. เครื่องมือวัดเจตคติ
 เจตคติเป็นมโนภาพที่วัดได้ยาก เครื่องมือการวัดจึงมีหลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ที่ต้องการวัด เครื่องมือที่นิยมใช้กันมีอยู่ด้วยกัน 5 ชนิด (ล้วนและอังคณา สายยศ.2543:60 – 63 ) คือ

 1. การสัมภาษณ์ ( Interview) การสัมภาษณ์ เป็นการพูดคุยกันอย่างมีจุดมุ่งหมาย ผู้สัมภาษณ์ที่ดีต้องฟังมากกว่าพูดเสียเองและต้องไม่หูเบา จะยึดตามแนววัตถุประสงค์ที่จะวัดและบันทึกได้อย่างถูกต้อง การสัมภาษณ์ใช้ปากเป็นเครื่องมือสำคัญได้ผลอย่างไรบันทึกเอาไว้ การวัดเจตคติโดยการสัมภาษณ์จะต้องสร้างข้อคำถามในการสัมภาษณ์ให้ดีเป็นมาตรฐานก่อน ลักษณะของการสัมภาษณ์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้
 1.1 การสัมภาษณ์ต้องเป็นการยัวยุหรือกระตุ้นให้ผู้ถูกสัมภาษณ์อยากจะตอบและให้คำตอบคงที่พอควร
 1.2 คำถามที่ถามพยายามถามให้ตรงจุดที่สุดหรือเป็นคำถามที่มีความแจ่มชัดว่าผู้สัมภาษณ์ต้องการให้ตอบในแง่มุมไหน ไม่ควรใช้คำถามกว้างเกินไปอาจทำให้การลงสรุปได้ยาก

 1.3 คำถามควรมีความเชื่อมั่นสูงแม้จะใช้คำถามเดิมถามซ้ำอีกก็ได้รับคำตอบเหมือนเดิม

 1.4 คำถามที่ใช้สัมภาษณ์ควรจะได้คำตอบที่สามารถนำไปขยายอิงสู่เหตุการณ์ที่คล้ายคลึงกันได้

 2. การสังเกต (Observation) การสังเกต เป็นการเฝ้ามองดูสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างมีจุดหมาย เครื่องมือสำคัญของการสังเกตก็คือตาและหูนั่นเอง การเฝ้าดูโดยการบันทึกในสมองจะทำให้ลืมเลื่อนง่าย ข้อรายการที่จะใช้ในการสังเกตจึงควรเตรียมไว้ให้พร้อม การสังเกตที่ก็ต้องฝึกเหมือนกันจึงจะทำหน้าที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ ผู้สังเกตควรจะเป็นผู้ที่รับรู้และมีประสามตาที่ดี
 3. การรายงานตนเอง (Self-report) เครื่องมือแบบนี้ต้องการให้ผู้ถูกสอบแสดงความรู้สึกของตนเองตามสิ่งเร้าที่เขาได้สัมผัส นั่นคือ สิ่งเร้าที่เป็นข้อความ ข้อคำถามหรือเป็นภาพเพื่อให้ผู้ตอบแสดงความรู้สึกออกมาอย่างตรงไปตรงมานั่นเอง แบบทดสอบหรือแบบวัดที่ถือว่าเป็นมาตรฐานเป็นแนวการสร้างของเทอร์สโตน กัตแมน ลิเคอร์ทและออสกูด
 4. เทคนิคการจินตนาการ (Projective Techniques) เครื่องมือแบบนี้อาศัยสถานการณ์หลายอย่างไปเร้าผู้สอบ สถานการณ์ที่กำหนดให้จะไม่มีโครงสร้างที่แน่นอน ทำให้ผู้นอบจะต้องจินตนาการออกมาตามประสบการณ์เดิมของตน แต่ละคนจะแสดงออกมาไม่เหมือนกัน เช่น ประเภทให้เติมประโยคให้สมบูรณ์ ภาพนามธรรม เติมเรื่องราวสั้นๆ เล่านิทานจากภาพ เป็นต้น การแปลความหมายอาศัยผลจากการตอบสิ่งที่กล่าวมาแล้วก็พอจะรู้ได้ว่าผู้นั้นมีเจตคติอย่างไรต่อเป้าเจตคตินั้นๆ
 5. การวัดทางสรีระภาพ (Physiological Measurement) การวัดด้านนี้อาศัยเครื่องมือไฟฟ้าหรือเครื่องมืออื่นๆในการสังเกตการเปลี่ยนแปลงสภาพร่างกาย เช่น การใช้เครื่องกัลวานอมิเตอร์ชนิดหนึ่งเพื่อวัดดูความต้านทานกระแสไฟฟ้าในผิวหนัง เมื่อคนเกิดการเปลี่ยนแปลงทางอารมณ์ส่วนผสมของสารเคมีต่างๆจะเกิดการเปลี่ยนแปลงไปจากสภาพปกติเรียกว่ามีกระแสไฟฟ้าไหลสามารถเปลี่ยนแปลงขนาดได้ เครื่องมือวัดทางไฟฟ้าก็จะสามารถวัดตรวจสอบเปรียบเทียบขณะที่ร่างกายอยู่ในสภาพปกติได้ เครื่องมือจับเท็จอาศัยหลักการนี้ การจะเชื่อถือได้ขนาดไหนต้องศึกษาให้รอบคอบ อารมณ์ต่างๆอาจศึกษาได้จากการเปลี่ยนแปลงของลูกตาดำ ปริมาณของฮอร์โมนต่างๆบางอย่างก็สามารถบอกอารมณ์ความพอใจหรือไม่พอใจของคนได้
 สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้เครื่องมือวัดแบบการรายงานตนเอง เป็นมาตราประมาณค่า 5 ระดับ ของลิเคอร์ท เพื่อวัดเจตคติต่อกิจกรรมการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีขอบข่ายของเนื้อหาสาระ ดังนี้คือ

**งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**

 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของต่างประเทศและในประเทศมี ดังนี้

 **งานวิจัยต่างประเทศ**

วิลเลียมส์ (Williams. 2003: 185-187) ได้ศึกษาถึงการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยส่งเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คนแบ่งกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการการแก้ปํญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม การเขียนตามขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนในกลุ่มทดลองเรียนรู้การใช้ขั้นตอนตามกระบวนกการการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเขียน และนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

 ซิน (Xin. 2003: 4276-A) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยการแก้ปัญหา ซึ่งศึกษาความแตกต่างของวิธีการสอนทั้ง2 แบบ คือ วิธีการสอนแบบ SBI (Explicit Schema - Based Problem Solving Instructional Strategy) และวิธีการสอน TI (Traditional General Heuristic Instructional Strategy) ทั้งสองกลุ่มมีการทดสอบความรู้ความเข้าใจทั้งก่อนเรียน - หลังเรียน ผลการวิจัยปรากฏว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้ SBI และ TI มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน ซึ่งวิธีการสอนแบบ TI มีการทดสอบก่อนเรียน - ขณะเรียน (ดำเนินการ 1-2 สัปดาห์) และทำการทดสอบครั้งสุดท้าย (ดำเนินการ 3 สัปดาห์- 3 เดือน) กลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยใช้วิธีการสอนแบบ SBI กับนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยวิธี TI มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งกำหนดแผนการสอนจะเน้นให้มีการถ่ายโยงการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา (วิธีการสอนทั้ง 2 แบบนี้มีโครงสร้างที่เหมือนกัน)

**งานวิจัยในประเทศ**

 สุนันท์ ฉิมวัย (2543: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญสำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 96 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่ายแล้วจับฉลากอีกครั้งเพื่อแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

 ปรวี อ่อนสะอาด.(2556 : บทคัดย่อ).ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนการสอนแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล(TAI)กับการสอนปกติ มีผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล(TAI)มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล(TAI) เรื่อง การวัด สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล(TAI)มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 4) ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล(TAI) เรื่องการวัด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

#  พร้อมพรรณ อุดมสิน (https://www.researchgate.net) ทำวิจัย การเปรียบเทียบการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีทดลองกับวิธีสอนแบบปกติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีเรียนแบบทดลองกับเรียนโดยวิธีปกติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเปรียบเทียบทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากทั้งสองวิธี ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมัธยมจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จำนวน 2 ห้องเรียน โดยแบ่งกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน กลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 43 คน กลุ่มทดลองเรียนแบบวิธีการทดลอง กลุ่มควบคุมเรียนแบบการบรรยายซึ่งเป็นวิธีปกติ นักเรียนทั้งสองกลุ่มนี้มีผลการเรียนประจำภาคต้นไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 หลังจากการทดลองได้สิ้นสุดลง ได้ทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มทันที ด้วยข้อทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผ่านการวิเคราะห์มาแล้ว และสอบถามทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการทดลองด้วยแบบสอบถามวัดทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนโดยวิธีทดลองกับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 2) ทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่มก่อนการทดลองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 3) ทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนแบบปกติ ก่อนและหลังการทดลองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 4) ทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนโดยวิธีทดลอง มีทัศนคติก่อนและหลังการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 5) การเปลี่ยนแปลงทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนโดยวิธีทดลองดีกว่ากลุ่มที่เรียนโดยวิธีปกติ ภูษิต สุวรรณราช (2559 : บทคัดย่อ)การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 3 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT และ การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT และการจัด การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้น มัธยมศึกษาปี ที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 2)ศึกษาค่าดัชนีประสิทธิผลของการเรียนรู้ ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD 3)เปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ของนักเรียนระหวางก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD 4) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD และ 5) ศึกษา ความพึ่งพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT และการจัดการ เรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 3 จำนวน 50 คน ภาคเรียนที่ 1 ปี การศึกษา 2558 ของโรงเรียนบ้านท่าโป่ง อำเภอหนองบัวระเหว สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาชัยภูมิ เขต 3 ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT จำนวน 14 แผน แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD จำนวน 14 แผน 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีอำนาจจำแนก (B) ตั้งแต่ 0.27 ถึง 0.73 และมีค่าความเชื่อมันของแบบทดสอบทั้งฉบับ 0.90 3) แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียน จำนวน 15 ข้อ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน t-test (Dependent) และ t-test (Independent) ผลการวิจัยพบว่า 1. ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีประสิทธิภาพเท่ากับ 88.19/87.95 และ 87.62/82.63 ตามลำดับ 2. ค่าดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีค่าเท่ากบ 0.8004 และ 0.7106 ตามลำดับ ซึ่งหมายความว่า นักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียน คิดเป็นร้อยละ 80.04 และ 71.06 ตามลำดับ 3. นักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT และการจัดการเรียนรู้แบบ ร่วมมือเทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4. นักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 5. นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD โดยรวมอยู่ในระดับมาก สุมาลี แสงแก้ว.(2559) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนแบบกลุ่มช่วยเรียนรายบุคคลที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียน แบบกลุ่มช่วยเรียนรายบุคคล ที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มกับจำนวนที่ คาดหวัง 2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนเรียนและ หลังเรียน ที่เรียนแบบกลุ่มช่วยเรียนรายบุคคล 3) เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 1 ที่เรียนแบบกลุ่มช่วยเรียนรายบุคคล กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 โรงเรียนคลองขลุงราษฏร์รังสรรค์ อำเภอ คลองขลุง จังหวัดกำแพงเพชร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 41 ภาคเรียนที่1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 36 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การเรียนแบบกลุ่มช่วยเรียนรายบุคคล ซึ่งผ่านการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 คน 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องทศนิยม เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ค่าความยากง่าย ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 0.37 ถึง 0.74 และค่าอำนาจจำแนกบี (B) ตั้งแต่ 0.25 ถึง 0.65 และมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.89 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ 1) การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างกับเกณฑ์คะแนนที่คาดหวัง โดยใช้การทดสอบแบบไคสแควร์ (chi – square test) 2) การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนและหลังเรียน และเปรียบเทียบความแตกต่าง ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากเรียนผ่านไป 2 สัปดาห์ โดยใช้การทดสอบที กรณีกลุ่มตัวอย่าง ไม่เป็นอิสระต่อกัน (t-test for dependent samples) ผลการวิจัยพบว่า 1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนแบบกลุ่มช่วยเรียนรายบุคคล มีจำนวนไม่น้อยกว่า ร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์คะแนนร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนแบบกลุ่มช่วยเรียนรายบุคคล มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัย สำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนแบบกลุ่มช่วยเรียนรายบุคคลมีความคงทนในการเรียนรู้  พิมพ์พร ฟองหล่า (2553) ทำการศึกษาสภาพปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ของมหาวิทยาลัยเอกชนในกรุงเทพมหานคร พบว่า 1) สภาพปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของอาจารย์และนักศึกษา ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง ได้แก่ พื้นความรู้เดิมก่อนเรียนระดับอุดมศึกษา นักศึกษาไม่มีความถนัดทางด้านคิดคำนวณ มีเจตคติไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์ คิดว่าเป็นวิชาที่ยาก มีความวิตกกังวลก่อนเรียนวิชาคณิตศาสตร์2) สภาพปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เรียนอยู่ในคณะหรือสาขาวิชาต่างกัน มีสภาพปัญหาแตกต่างกันในเรื่องต่างๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ 0.5 ดังนี้ 2.1)ปัญหาอาจารย์ผู้สอน นักศึกษามีความคิดเห็นแตกต่างกันในเรื่อง อาจารย์สอนเนื้อหาเร็วเกินไป ไม่ใช้สื่อการสอนเพื่อช่วยให้เข้าใจเนื้อหา ไม่ยอมรับฟังความคิดเห็นของนักศึกษา เข้าสอนไม่ตรงเวลา และบรรยากาศการเรียนการสอนเครียด 2.2) ปัญหาพื้นความรู้เดิมวิชาคณิตศาสตร์ นักศึกษามีความคิดเห็นแตกต่างกัน ในเรื่องมีความถนัดทางด้านคิดคำนวณน้อย ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาอยู่ในระดับต่ำ มีพื้นความรู้เดิมไม่เพียงพอที่จะเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 2.3) ปัญหาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักศึกษามีความคิดเห็นแตกต่างกัน ในเรื่อง ไม่ชอบอาจารย์ผู้สอน ไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์ ไม่เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ทำให้ขาดความเชื่อมั่นในตนเอง เป็นวิชาที่ยาก และรู้สึกท้อแท้ไม่อยากเรียนเมื่อต้องเรียนวิชาคณิตศาสตร์

**กรอบแนวคิดในการวิจัย**

 จากปัญหาเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และแนวคิด ทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำมาวิเคราะห์และสังเคราะห์เพื่อเป็นกรอบแนวคิด ได้ดังนี้

**ตัวแปรอิสระ**

- การจัดการเรียนรู้ในรายวิชาแคลคูลัสและการประยุกต์ 3 โดยการสอนแบบดอนโก

**ตัวแปรตาม**

- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

- เจตคติต่อกิจกรรมการเรียนรู้

 โดยการสอนแบบดอนโก