บทคัดย่อ

ชื่อเรื่อง : การพัฒนาการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มทวินามลบ-ลินเลย์และการประยุกต์

ชื่อผู้วิจัย : ทวีป พรหมอยู่

ปีการศึกษา : 2558

....

การวิจัยครั้งนี้เป็นสร้างฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มทวินามลบ – ลินเลย์วางนัยทั่วไป และศึกษาคุณสมบัติเชิงคณิตศาสตร์ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามลบ-ลินเลย์วางนัยทั่วไป พร้อมทั้งเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบทวินามลบ-ลินเลย์วางนัยทั่วไปโดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีโมเมนต์ และได้ศึกษาการประยุกต์ใช้ข้อมูลไม่ต่อเนื่องสำหรับการแจกแจงแบบทวินามลบ-ลินเลย์วางนัยทั่วไปในเชิงประยุกต์

พบว่าฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามลบ-ลินเลย์วางนัยทั่วไปเป็นดังนี้

$$f(x;r,\alpha,\theta,\gamma)=\binom{r+x-1}{x}\sum_{j=0}^{x}\binom{x}{j}(-1)^j\left(\frac{\theta}{\theta+r+j}\right)^{\alpha+1}\frac{\theta+r+j+\gamma}{\theta+\gamma}\ ,$$

$$f(x,r,\alpha,\gamma)=\binom{r+x-1}{x}\sum_{j=0}^{x}\binom{x}{j}(-1)^j\left(\frac{\theta}{\theta+r+j}\right)^{\alpha+1}\frac{\theta+r+j+\gamma}{\theta+\gamma}$$

x=0,1,2,..., r, α , θ , γ > 0

คุณสมบัติสถิติเชิงคณิตศาสตร์

1) แฟกทอเรียลโมเมนต์ (Factorial Moments) อันดับที่ k

$$\mu_{[k]}(\mathrm{X})=\frac{\Gamma(r+k)}{\Gamma(r)}\sum_{j=0}^{k}\binom{k}{j}(-1)^j\left(\frac{\theta}{\theta-(k-j)}\right)^{\alpha+1}\frac{\theta-(k-j)+\gamma}{\theta+\gamma},k=1,2,\ldots,\mathrm{r},\theta,\alpha,\gamma>0$$

2) โมเมนต์อันดับที่ 1 ถึง 4

- โมเมนต์อันดับที่ 1 (First Moment)

$$E(\mathrm{X})=r\frac{\theta^{\alpha+1}}{\theta+\gamma}\left[\frac{\theta-1+\gamma}{(\theta-1)^{\alpha+1}}-\frac{\theta+\gamma}{\theta^{\alpha+1}}\right] \text{ โดยที่ } \theta>1$$

- โมเมนต์อันดับที่ 2 (Second Moment)

$$E(\mathrm{X}^2)=r(r+1)\frac{\theta^{\alpha+1}}{\theta+\gamma}\left[\frac{\theta-2+\gamma}{(\theta-2)^{\alpha+1}}-\frac{2(\theta-1+\gamma)}{(\theta-1)^{\alpha+1}}+\frac{\theta+\gamma}{\theta^{\alpha+1}}\right] \text{ โดยที่ } \theta>2$$

- โมเมนต์อันดับที่ 3 (Third Moment)

$$E(\mathrm{X}^3)=r(r+1)(\mathrm{r}+2)\frac{\theta^{\alpha+1}}{\theta+\gamma}\left[\frac{\theta-3+\gamma}{(\theta-3)^{\alpha+1}}-\frac{3(\theta-2+\gamma)}{(\theta-2)^{\alpha+1}}+\frac{3(\theta-1+\gamma)}{(\theta-1)^{\alpha+1}}-\frac{\theta+\gamma}{\theta^{\alpha+1}}\right]$$

โดยที่ $\theta>3$

- โมเมนต์อันดับที่ 4 (Fourth Moment)

$$E(\mathrm{X}^4)=r(r+1)(\mathrm{r}+2)(\mathrm{r}+3)\frac{\theta^{\alpha+1}}{\theta+\gamma}\left[\frac{\theta-4+\gamma}{(\theta-4)^{\alpha+1}}-\frac{4(\theta-3+\gamma)}{(\theta-3)^{\alpha+1}}+\frac{6(\theta-2+\gamma)}{(\theta-2)^{\alpha+1}}-\frac{4(\theta-1+\gamma)}{(\theta-1)^{\alpha+1}}-\frac{\theta+\gamma}{\theta^{\alpha+1}}\right]$$

โดยที่ $\theta>4$

3) ค่าเฉลี่ย (Mean)

$$Mean=E(\mathrm{X})=r\frac{\theta^{\alpha+1}}{\theta+\gamma}\left[\frac{\theta-1+\gamma}{(\theta-1)^{\alpha+1}}-\frac{\theta+\gamma}{\theta^{\alpha+1}}\right]$$ โดยที่ $\theta>1$

4) ความแปรปรวน (Variance)

$$Var(X)=\frac{\delta_3}{\delta_1}\left(r^2+r\right)-\frac{\delta_2}{\delta_1}\left(2r-\frac{r^2\delta_2}{\delta_1}\right)+r$$

โดยที่ $\delta_1=\dfrac{\theta+\gamma}{\theta^{\alpha+1}}$, $\delta_2=\dfrac{(\theta-1+\gamma)}{(\theta-1)^{\alpha+1}}$, $\delta_3=\dfrac{\theta-2+\gamma}{(\theta-2)^{\alpha+1}}$ และ $\theta>2$

5) ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (Coefficient of Skewness)

$$Skewness(X)=\frac{E(X^3)-3E(X)Var(X)-\left[E(X)\right]^3}{\left[Var\left(X\right)\right]^{3/2}}$$ โดยที่ $\theta>3$

6) ค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง (Coefficient of Kurtosis)

$$Kurtosis(X)=\frac{E(X^4)-4E(X^3)E(X)+6E(X^2)\left[E(X)\right]^2-3\left[E(X)\right]^4}{\left[Var\left(X\right)\right]^2}$$

โดยที่ $\theta>4$

7) ฟังก์ชันโมเมนต์เวียนบังเกิด (Moment Generation Function)

$$M_X(t)=\sum_{x=0}^{\infty}e^{tx}\binom{r+x-1}{x}\sum_{j=0}^{x}\left[\binom{x}{j}(-1)^j\left(\frac{\theta}{\theta+r+j}\right)^{\alpha+1}\frac{\theta+r+j+\gamma}{\theta+\gamma}\right],$$

r, α , θ , γ > 0

8) ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะ (Characteristic Function)

$$\varphi_X(t)=\sum_{x=0}^{\infty}e^{itx}\binom{r+x-1}{x}\sum_{j=0}^{x}\left[\binom{x}{j}(-1)^{j}\left(\frac{\theta}{\theta+r+j}\right)^{\alpha+1}\frac{\theta+r+j+\gamma}{\theta+\gamma}\right],$$

r, α , θ , γ > 0